

Peter Wollschlaeger

# Wie man in Basic mit Binärzahlen umgeht

Basic-Interpreter sind im allgemeinen nur für den Umgang mit Dezimalzahlen ausgelegt. Häufig kommt es aber vor, daß der Zustand einzelner Bits oder das hexadezimale Äquivalent eines Bitmusters interessiert. Hier lassen sich die booleschen Operationen vorteilhaft einsetzen. Elegante Programmervorschläge finden Sie in diesem Beitrag.

Stellt man einem Programmierer die Aufgabe, eine Dezimalzahl in eine binäre zu konvertieren und das Ergebnis als Bitmuster auszudrucken, so erinnert sich mancher sofort seiner mathematischen Grundausbildung, und es entsteht ein Programm nach dem Prinzip der fortlaufenden Division. Das Ergebnis ist eine recht lange und gerade für Basic-Interpreter zeitintensive Routine.

1. In der Praxis benötigt man nur Konversionen  $\leq 2^{16}$  (Adreßbusbreite = 16).
2. Im Integer-Format wird eine Zahl direkt in zwei Bytes gespeichert.
3. Da in diesem Format im 2er-Komplement gearbeitet wird und das MSB des höherwertigen Bytes als Vorzeichen dient (gesetzt  $\hat{=}$  negativ), ist die größte darstellbare Zahl  $2^{15} - 1 = 32767$ .

entsprechend die kleinste  $-32768$ . D. h., sofern man sich innerhalb dieser Grenzen bewegt, steht das gesuchte Bitmuster bereits im Arbeitsspeicher. Es liegt also nahe, das Muster direkt aufzuspüren.

Dies ist beim TRS-80, PET, CBM oder allgemein in Microsoft-Basic kein Problem. Hier lassen nämlich die logischen Operatoren AND und OR nicht nur Vergleiche der Form „IF A=B AND C=D THEN...“ zu, sondern auch den Vergleich Bit für Bit nach der UND- bzw. ODER-Funktion. Bei Maschinen der oberen Preisklasse (z. B. TEK 4051/52) ist das eher die Ausnahme. Diese Rechner reduzieren vorab die Argumente der Operation auf 0 oder 1 (Grenze 0,5), andere bieten zusätzliche Befehle wie BINAND und BINOR.

Ob eine Maschine UND bitweise bearbeitet, ist leicht festzustellen. Geben Sie ein: PRINT 3 AND 7

Das Ergebnis sollte 3 sein, weil  
dezimal 3 = binär 011  
AND 7 = binär 111  
ergibt 011 = dezimal 3  
Die UND-Funktion an sich ist einem Elektroniker geläufig, doch nicht jeder ist Assembler-Programmierer. Deshalb folgende Erläuterung: Nehmen wir an, man verknüpft folgende Werte:

$$\begin{array}{rcl} & 0 & 1 & 1 & & 0 & 0 & 1 \\ \text{AND } & 0 & 1 & 0 & & \text{AND } & 0 & 1 & 0 \\ = & 0 & 1 & 0 & & = & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Die jeweils erste Zeile ist das zu testende Bitmuster, die jeweils zweite nennt man Maske. In diesem Beispiel wird das zweite Bit maskiert. Danach ist das Ergebnis 0 oder 1 am zu prüfenden Bit je nachdem, ob es gesetzt war oder nicht.

```
10 INPUT "DEZIMALZAHL":D
20 FOR I=7 TO 0 STEP-1
30 PRINTSGN(D AND 2^I):
40 NEXT I
50 PRINT:GOTO 10
```

**Bild 1. Umwandlung einer Dezimalzahl  $\leq 255$  in ein Binärmuster**

```
10 INPUT "DEZIMALZAHL":D
11 X=INT(D/256):GOSUB 20
12 X=D-256*X:GOSUB 20
13 PRINT:GOTO 10
20 FOR I=7 TO 0 STEP-1
30 PRINTSGN(X AND 2^I):
40 NEXT I
50 RETURN
```

**Bild 2. Umsetzung einer Dezimalzahl  $\leq 65535$  in ein Binärmuster**

```
10 INPUT "BINÄR-MUSTER":B$
20 L=LEN(B$):D=0
30 FOR I=1 TO L
40 A=VAL(MID$(B$,I,1))
50 D=D+A*2^(L-I)
60 NEXT I
70 PRINTD:GOTO 10
```

**Bild 3. Ein Binärmuster, das als String B\$ vorliegt, wird in eine Dezimalzahl umgesetzt**

Numeriert man in einem Byte von 8 Bit Länge die Bits von rechts nach links, beginnend bei 0 und endend bei 7, so repräsentiert die „Nummer“ als Exponent zur Basis 2 den Stellenwert. D. h. um zu prüfen, ob Bit 3 gesetzt ist, muß man nur mit  $2^3=8$  UND-verknüpfen oder allgemein für Bit n mit  $2^n$ .

Genau diesen Effekt nutzt das Basic-Programm in Bild 1 aus. Der richtigen Schreibweise wegen beginnt es allerdings bei Bit 7. Ist Bit 7 gesetzt, ist das Ergebnis  $2^7=128$ ; 0 wenn es nicht gesetzt ist. Nun, wir wollen nicht 128 angezeigt bekommen, sondern 1 oder allgemein für jedes gesetzte Bit n nicht  $2^n$ , sondern 1. Dies läßt sich in Basic leicht mit der SGN-Funktion realisieren.

Rein theoretisch ist das Verfahren für Zahlen bis  $2^{15}-1=32767$  gut, man könnte also die Schleife auch bei 14 beginnen lassen. Dies funktioniert beim CBM einwandfrei, beim TRS-80 nicht. Zumindest das Gerät des Autors beginnt ab  $2^{11}$  unkorrekte Ergebnisse zu liefern.

Eingangs wurde von  $2^{16}$  gesprochen, und das überfordert bei dieser Lösung auch den CBM. Deshalb die Lösung nach Bild 2. Die Dezimalzahl wird in zwei Bytes zerlegt: das Programm aus Bild 1, zum Unterprogramm ernannt, wird zweimal durchlaufen. Mit der Variablen X in Zeile 11/12 wird erst das höher- dann das niederwertige Byte übergeben.

## Eine Dezimalzahl wird in zwei Bytes zerlegt

Genau genommen ist eine Dezimalzahl in zwei andere zu zerlegen, so daß die eine dem Dezimalwert des höherwertigen Bytes der rechnerinternen 2-Byte-Darstellung entspricht. Die Aufgabe steht immer an, wenn Basic die Startadresse eines Maschinenprogramms in den dafür vorgesehenen Sprungvektor laden muß.

Da hierbei häufig recht umständliche Wege gegangen werden, kurz die zwei einfachsten Lösungen:

1. Ist die Startadresse  $S \leq 32767$  und soll das niederwertige Byte nach 16526, das höherwertige nach 16527 (USR-Vektor des TRS-80), dann reicht:  
10 POKE 16526,S AND 255:POKE 16527,INT(S/256)

Beim ersten POKE-Befehl wird mit der Maske 0000000011111111 = 255 das höherwertige Byte ausgeblendet. Die Division durch 256 im zweiten POKE-Befehl resultiert aus folgender Überlegung: Im niederwertigen Byte gelten die Stellenwerte  $2^0$  bis  $2^7$ , im höherwertigen Byte  $2^8$  bis  $2^{15}$ . D. h.

zwei Bits auf jeweils gleicher Stelle in diesen beiden Bytes unterscheiden sich immer durch  $2^8 = 256$ . Bei gleichem Inhalt ist das höherwertige Byte um den Faktor 256 größer, folglich muß der ganzzahlige Quotient der Zahl dividiert durch 256 im höherwertigen Byte stehen.

2. Ist die Startadresse  $S > 32767$ , scheitert AND an den Grenzen der 2er-Komplement-Darstellung. Deshalb wird zuerst das Dezimaläquivalent des höherwertigen Bytes errechnet und dann als der verbleibende Rest das niederwertigen Byte, also:

```
10 H = INT(S/256) L=S-256H
```

```
20 POKE 16526,L : POKE 16527,H
```

### Binär/Dezimal-Umsetzung

meint ist hier die Übersetzung eines Bitmusters von Nullen und Einsen in eine Dezimalzahl. Die Lösung von Bild 3 ist einfach. Das Bitmuster steht im String B\$. In der Schleife wird mit Hilfe der MID\$-Funktion (in anderen Basic-Versionen SEG) bitweise aufgelöst. Da die Substrings lediglich die ASCII-Zeichen von 0 und 1 repräsentieren, werden sie mit Hilfe der VAL-Funktion umgewandelt. Zeile 50: Die Länge des String minus Laufindex der Schleife (L-1) ist der Exponent zur Basis 2, der mit dem Stelleninhalt A multipliziert wird. Das Produkt wird jeweils zu D addiert.

### Zahlen beliebiger Basis dezimal dargestellt

Die Routine in Bild 3 ist die Basis für die Universalösung in Bild 4. Die Value-Funktion in Zeile 40 erlaubt keine größere Basis als 9. Deshalb wurde sie durch die ASCII-Funktion (ASC) ersetzt. Sie liefert die Werte 48 bis 57 für die Ziffern 0 bis 9 und 65 bis 90 für die Großbuchstaben A bis Z. Man muß also prüfen, ob der Wert  $> 64$  ist (Zeile 41). Ist das der Fall, ist 55 zu substrahieren, also aus dem Buchstabe A wird  $65-55=10$ , aus B wird 11 usw. Trifft die Bedingung  $A > 64$  nicht zu, ist es eine Ziffer, und es wird 48 subtrahiert. In Zeile 50 wurde lediglich die Konstante (Basis 2) durch die Variable B ersetzt.

### Gewünscht: Hexadezimalzahlen

Meist trifft man in solchen Routinen auf den String „0123456789ABCDEF“ und auf viel Mathematik. Entsprechend lang und langsam werden die Routinen. Rechnet man direkt mit ASCII-Zeichen und wendet wieder UND-Masken an, wird's einfacher und schneller. Grundüberlegung: Die Dezimalzahl steht

als 16-Bit-Muster im Arbeitsspeicher. Jeweils 4 Bit sind in die Zeichen 0 bis F umzuwandeln. Teilen wir erst einmal die 16 Bits in zwei Bytes (Zerlegen in zwei Bytes wie beschrieben) und dann jedes Byte in zwei Halbbytes.

Das niederwertige Halbbyte erhält man, indem man das Byte mit der Maske 00001111 UND-verknüpft also in Basic: AND 15 (siehe Bild 5, Zeile 100). Mit dem höherwertigen Halbbyte ist es nicht ganz so einfach. Es wird auch maskiert, nämlich mit 11110000 = 240, nur steht es danach noch 4 Bit zu weit links, also in falscher Wertigkeit. In Assembler würde man jetzt mit vier Shift-Befehlen das ganze nach rechts rücken, jedoch in Basic sind Interpreter/Compiler mit einem Shift-Befehl eher die Ausnahme, aber dividieren können sie alle. Erinnern wir uns, daß ein Shift nach rechts einer Division durch 2 entspricht, so gilt für 4: Dividiere durch 16, womit Zeile 100 klar ist.

Die folgenden 4 Zeilen wandeln nur noch die numerischen Werte in ASCII-Werte um, wobei die Technik aus dem Programm in Bild 4 hier umgekehrt wird (wer einen Computer besitzt, der ELSE

verstehen, kann zwei Zeilen sparen). In Zeile 150 werden mit Hilfe der CHR\$-Funktion aus den ASCII-Werten die letztlich zu druckenden Zeichen.

### Noch etwas Assembler

Wie kaum noch zu verheimlichen, ist der Autor von Assembler zu Basic gekommen. Deshalb sei in Bild 6 die Routine gezeigt, die den Anstoß zu den Basic-Programmen gab. Sie ist in Z80-Assembler geschrieben aber fast 8080-kompatibel (JR durch JMP ersetzen). Der Autor nutzt die Routine, um während der Programmausführung Speicher/Registerinhalte zu testen. Nach jedem „CALL HEX“ wird der Inhalt von HL in Hex.-Darstellung auf dem Schirm angezeigt. In Basic würde man die Zeilen 20–26 so schreiben:

```
20 A = A AND 15
```

```
21 IF A < 10 THEN 25
```

```
22 :
```

```
23 A = A+55
```

```
24 GOTO 26
```

```
25 A = A+48
```

```
26 GOSUB ...
```

Wer sagt da noch, daß Assembler schwierig sei?

```
10 INPUT "ZAHLE":B$
11 INPUT "BASIS":B
20 L=LEN(B$):D=0
30 FOR I=1 TO L
40 A=ASC(MID$(B$,I,1))
41 IF A > 64 THEN A=A-55 : GOTO 50
42 A=A-48
50 D=D+A*B*(L-I)
60 NEXT I
70 PRINT D : GOTO 10
```

Bild 4. Umsetzung einer Zahl beliebiger Basis in eine Dezimalzahl

```
10 INPUT "DEZIMALZAHLE":D
20 B=INT(D/256) : GOSUB 100
30 PRINT H$:
40 B=D-B*256 : GOSUB 100
50 PRINT H$ : GOTO 10
100 L=B AND 15 : H=(B AND 240)/16
110 IF H/9 THEN H=H/55 : GOTO 130
120 H=H+48
130 IF L/9 THEN L=L/55 : GOTO 150
140 L=L+48
150 H$=CHR$(H)+CHR$(L) : RETURN
```

Bild 5. Dezimal/Hexadezimal-Umsetzung

00001	1	UNTERPROGRAMM HEX			
00002	1	INHALT VON HL WIRD AUF DEM SCHIRM ANGEZEIGT			
00003					
00033	00004	PRINT	EQU	33H	1UP ANZEIGE BYTE IN AKKU
7FBC	00005		ORG	7FBC	
7FBC 7C	00006	HEX	LD	A,H	1HIGHER BYTE MIT
7FBD CDCD7F	00007		CALL	SHIFT	1 HIGHER NIBBLE
7FC0 7C	00008		LD	A,H	1NOCH'MAL HIGHER BYTE MIT
7FC1 CDD17F	00009		CALL	ANZ	1 LOWER NIBBLE
7FC4 7D	00010		LD	A,L	1LOWER BYTE MIT
7FC5 CDCD7F	00011		CALL	SHIFT	1 HIGHER NIBBLE
7FC8 7D	00012		LD	A,L	1NOCH'MAL LOWER BYTE
7FC9 CDD17F	00013		CALL	ANZ	1 MIT LOWER NIBBLE
7FCC C9	00014		RET		
	00015				
7FCD 1F	00016	SHIFT	RRA		1SCHIEBE
7FCE 1F	00017		RRA		1 HIGHER NIBBLE
7FCF 1F	00018		RRA		1 4 BIT NACH
7FD0 1F	00019		RRA		1 RECHTS
7FD1 EE0F	00020	ANZ	AND	15	1HIGHER NIBBLE WIRD 0
7FD3 FE0A	00021		CP	10	1WERT > 10 ?
7FD5 3804	00022		JR	C,ZIF	1NEIN: ZIFFER
7FD7 C637	00023		ADD	A,55	1BUCHSTABE
7FD9 1802	00024		JR	DISP	1ZUR ANZEIGE
7FDB C630	00025	ZIF	ADD	A,48	1ZIFFER
7FDD CD3300	00026	DISP	CALL	PRINT	1ANZEIGE 1 CHR IN AKKU
7FE0 C9	00027		RET		
00000	00028		END		
00000		TOTAL ERRORS			
DISP	7FDD				
ZIF	7FDB				
ANZ	7FD1				
SHIFT	7FCD				
HEX	7FBC				
PRINT	0033				

Bild 6. Z80-Maschinenprogramm: Anzeige eines Registerinhalts in Hexadezimaldarstellung

Hans-Georg Joepgen

# String-Mathematik vertausendfachte Rechengengenauigkeit

Handelsübliche Mikrocomputer und die meisten Programmiersprachen erlauben nur Berechnungen mit höchstens rund einem Dutzend signifikanter Stellen im Ergebnis. Was danach kommt, wird gerundet oder, schlimmer, weggelassen. Der folgende Beitrag stellt ein alternatives Rechenverfahren vor, das es erlaubt, die Anzahl signifikanter Digits fast beliebig zu erhöhen.

Die heutigen Basic-Interpreter besitzen zumeist eine recht begrenzte Rechengengenauigkeit: In DAI-Basic, im Focal-Dialekt FCL und in gewissen Pascal-Systemen ist nach sechs signifikanten Stellen Schluß, Microsoft-Basic-Dialekte tun's je nach Version mit acht bis sechzehn Ergebnisdigits. Bild 1 zeigt, wie sich bei-

spielsweise eine in Südwestdeutschland als Schulcomputer verbreitete Maschine benimmt, soll sie zu großen Zahlen eine Eins addieren: Die unter dem Microsoft-Basic-Dialekt PALSOFT laufende ITT-2020 unterschlägt in der Ausgabe solange den Zusatzzeiler, bis die Testzahl A die Milliardengrenze nach unten überschritten hat. Für gewisse Aufgabenstellungen beispielsweise aus der Molekularbiologie, wo die statistische Behandlung kleiner Veränderungen großer Zahlen von Bedeutung ist, sind derlei rüde Verkürzungen der Wahrheit durch den Computer schlichtweg untragbar. Verbreitete Methoden der Abhilfe in solchen Fällen sind das Ausweichen auf Assembler-Programmierung oder unhandliche Integer-Arrays, die allenfalls von einigen wenigen Spezialisten geübt gehandhabt werden – beides mit mancherlei Nachteilen behaftet. Gesucht wurde deshalb nach einem Verfahren, das die Erhöhung der Rechengengenauigkeit unmittelbar in Basic bringen sollte, und zwar ohne Unterschied in so divergierenden Dialekten wie den bei den Maschinen DAI, TRS-80, PET, Apple,

ITT-2020 und TI-99/4 implementierten Versionen. Die Wahl fiel auf eine Art der Ziffernverarbeitung über Zeichenketten, wie sie als „String-Mathematik“ hier vorgestellt wird.

## Die Lösung: Fritzens Schulheft-Algorithmus

String-Mathematik bedeutet: Zahlen werden nicht länger rechnerintern im üblichen Binär-Format als Mantisse und Exponent gespeichert (dies führt zum Grundübel der fehlenden Stellen), sondern als ASCII-Zeichenkette. Da die genannten Rechner das unmittelbare La-

```
1 REM GENAUIGKEITSTEST
2 REM -----
3 REM
4 A = 112233445566: PRINT CHR$(4)"PR#5
" LIST PRINT " ": PRINT " ": PRINT "
" PRINT " TESTZAHL A ", "SUMME A+1": PRI
NT "-----"
5 FOR N = 1 TO 4: GOSUB 6: NEXT: PRINT
"-----": PRIN
T CHR$(4)"PR#0": END
6 PRINT A, A + 1: A = A / 10: RETURN
```

TESTZAHL A	SUMME A+1
1 12233446E+11	1 12233446E+11
1 12233446E+10	1 12233446E+10
1 12233446E+09	1 12233446E+09
11233446	11233447

Bild 1. Ein Versuch beweist: Bei Zahlen von einer Milliarde an aufwärts kommen Computer ins Lügen und unterschlagen ohne Warnung Stellen

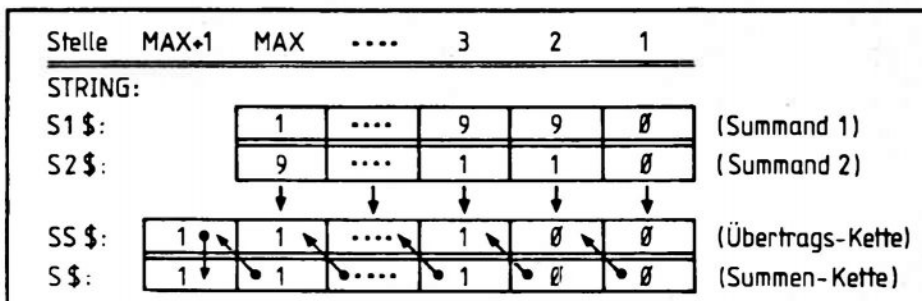


Bild 2. Dieses Schema für schriftliche Additionen, vielen Lesern aus der Grundschulzeit bestens bekannt, liegt auch der „String-Mathematik“ zugrunde, mit deren Hilfe Computer exaktes Rechnen lernen

```
1
2
3 REM VERFAHRENSPRINZIP
4 REM -----
5 S1$ = "112233445566778899"
6 S2$ = "192939495969798999"
7 S$ = "" SS$ = "0"
8 FOR N = 18 TO 1 STEP -1
9 S% = VAL ( MID$ (S1$,N,1)) + VAL
( MID$ (S2$,N,1)) + VAL ( LEFT$
(SS$,1))
10 IF S% > 9 THEN S% = S% - 10: SS
= "1" + SS$: GOTO 10
11 SS$ = "0" + SS$
12 S$ = STR$ (S%) + S$
13 REM ZEILE FUER DIAGNOSE
14 NEXT
15 PRINT " ": PRINT " ": PRINT "
"-----"
16 PRINT "ERGBNIS DER STRING
ADDITION": PRINT "-----"
17 PRINT "
"
18 PRINT "SUMMAND 1 (S1$): "S1$
19 PRINT "SUMMAND 2 (S2$): "S2$
20 PRINT "SUMME (S$): "S$
21 PRINT "-----"
22 END
```

Bild 3. Ein erster Vorversuch: Unverkürzte Addition über volle 18 Stellen Rechengengenauigkeit



```

1
2
3 REM VERFAHRENSPRINZIP
4 REM
5 S1$ = "123"
6 S2$ = "192"
7 SS$ = "":SS$ = "0":FIRST = 1
8 FOR N = 3 TO 1 STEP - 1
9 S% = VAL ( MID$ (S1$,N,1)) + VAL
10 ( MID$ (S2$,N,1)) + VAL ( LEFT$
11 (SS$,1))
12 IF S% > 9 THEN S% = S% - 10:SS
13 $ = "1" + SS$:GOTO 10
14 SS$ = "0" + SS$
15 S$ = STR$ (S%) + S$
16 GOSUB 21
17 NEXT
18 PRINT " ":PRINT " ":PRINT "
19 PRINT "ERGBNIS DER STRING
20 ADDITION":PRINT "-----"
21 PRINT "
22 PRINT "SUMMAND 1 (S1$): "S1$
23 PRINT "SUMMAND 2 (S2$): "S2$
24 PRINT "SUMME (S$): "S$
25 PRINT "
26 PRINT "UEBERTRAG (SS$): "SS$
27 PRINT "-----"
28 END
29 IF FIRST THEN PRINT " ":PRINT
30 "DIAGNOSE":PRINT "-----"
31 "-":PRINT " ":FIRST = 0
32 PRINT "
33 PRINT "STELLENNUMMER N: "N
34 PRINT "STELLENWERT S%: "S%
35 PRINT "SUMMENSTRING S$: "S$
36 PRINT "
37 PRINT "UEBERTRAG (SS$): "SS$
38 PRINT "-----"
39 RETURN

```

Bild 4. Diagnose-Routinen zwingen den Rechner, zu zeigen, auf welche Weise er „String-Mathematik“ betreibt

```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000
1001
1002
1003
1004
1005
1006
1007
1008
1009
1010
1011
1012
1013
1014
1015
1016
1017
1018
1019
1020
1021
1022
1023
1024
1025
1026
1027
1028
1029
1030
1031
1032
1033
1034
1035
1036
1037
1038
1039
1040
1041
1042
1043
1044
1045
1046
1047
1048
1049
1050
1051
1052
1053
1054
1055
1056
1057
1058
1059
1060
1061
1062
1063
1064
1065
1066
1067
1068
1069
1070
1071
1072
1073
1074
1075
1076
1077
1078
1079
1080
1081
1082
1083
1084
1085
1086
1087
1088
1089
1090
1091
1092
1093
1094
1095
1096
1097
1098
1099
1100
1101
1102
1103
1104
1105
1106
1107
1108
1109
1110
1111
1112
1113
1114
1115
1116
1117
1118
1119
1120
1121
1122
1123
1124
1125
1126
1127
1128
1129
1130
1131
1132
1133
1134
1135
1136
1137
1138
1139
1140
1141
1142
1143
1144
1145
1146
1147
1148
1149
1150
1151
1152
1153
1154
1155
1156
1157
1158
1159
1160
1161
1162
1163
1164
1165
1166
1167
1168
1169
1170
1171
1172
1173
1174
1175
1176
1177
1178
1179
1180
1181
1182
1183
1184
1185
1186
1187
1188
1189
1190
1191
1192
1193
1194
1195
1196
1197
1198
1199
1200
1201
1202
1203
1204
1205
1206
1207
1208
1209
1210
1211
1212
1213
1214
1215
1216
1217
1218
1219
1220
1221
1222
1223
1224
1225
1226
1227
1228
1229
1230
1231
1232
1233
1234
1235
1236
1237
1238
1239
1240
1241
1242
1243
1244
1245
1246
1247
1248
1249
1250
1251
1252
1253
1254
1255
1256
1257
1258
1259
1260
1261
1262
1263
1264
1265
1266
1267
1268
1269
1270
1271
1272
1273
1274
1275
1276
1277
1278
1279
1280
1281
1282
1283
1284
1285
1286
1287
1288
1289
1290
1291
1292
1293
1294
1295
1296
1297
1298
1299
1300
1301
1302
1303
1304
1305
1306
1307
1308
1309
1310
1311
1312
1313
1314
1315
1316
1317
1318
1319
1320
1321
1322
1323
1324
1325
1326
1327
1328
1329
1330
1331
1332
1333
1334
1335
1336
1337
1338
1339
1340
1341
1342
1343
1344
1345
1346
1347
1348
1349
1350
1351
1352
1353
1354
1355
1356
1357
1358
1359
1360
1361
1362
1363
1364
1365
1366
1367
1368
1369
1370
1371
1372
1373
1374
1375
1376
1377
1378
1379
1380
1381
1382
1383
1384
1385
1386
1387
1388
1389
1390
1391
1392
1393
1394
1395
1396
1397
1398
1399
1400
1401
1402
1403
1404
1405
1406
1407
1408
1409
1410
1411
1412
1413
1414
1415
1416
1417
1418
1419
1420
1421
1422
1423
1424
1425
1426
1427
1428
1429
1430
1431
1432
1433
1434
1435
1436
1437
1438
1439
1440
1441
1442
1443
1444
1445
1446
1447
1448
1449
1450
1451
1452
1453
1454
1455
1456
1457
1458
1459
1460
1461
1462
1463
1464
1465
1466
1467
1468
1469
1470
1471
1472
1473
1474
1475
1476
1477
1478
1479
1480
1481
1482
1483
1484
1485
1486
1487
1488
1489
1490
1491
1492
1493
1494
1495
1496
1497
1498
1499
1500
1501
1502
1503
1504
1505
1506
1507
1508
1509
1510
1511
1512
1513
1514
1515
1516
1517
1518
1519
1520
1521
1522
1523
1524
1525
1526
1527
1528
1529
1530
1531
1532
1533
1534
1535
1536
1537
1538
1539
1540
1541
1542
1543
1544
1545
1546
1547
1548
1549
1550
1551
1552
1553
1554
1555
1556
1557
1558
1559
1560
1561
1562
1563
1564
1565
1566
1567
1568
1569
1570
1571
1572
1573
1574
1575
1576
1577
1578
1579
1580
1581
1582
1583
1584
1585
1586
1587
1588
1589
1590
1591
1592
1593
1594
1595
1596
1597
1598
1599
1600
1601
1602
1603
1604
1605
1606
1607
1608
1609
1610
1611
1612
1613
1614
1615
1616
1617
1618
1619
1620
1621
1622
1623
1624
1625
1626
1627
1628
1629
1630
1631
1632
1633
1634
1635
1636
1637
1638
1639
1640
1641
1642
1643
1644
1645
1646
1647
1648
1649
1650
1651
1652
1653
1654
1655
1656
1657
1658
1659
1660
1661
1662
1663
1664
1665
1666
1667
1668
1669
1670
1671
1672
1673
1674
1675
1676
1677
1678
1679
1680
1681
1682
1683
1684
1685
1686
1687
1688
1689
1690
1691
1692
1693
1694
1695
1696
1697
1698
1699
1700
1701
1702
1703
1704
1705
1706
1707
1708
1709
1710
1711
1712
1713
1714
1715
1716
1717
1718
1719
1720
1721
1722
1723
1724
1725
1726
1727
1728
1729
1730
1731
1732
1733
1734
1735
1736
1737
1738
1739
1740
1741
1742
1743
1744
1745
1746
1747
1748
1749
1750
1751
1752
1753
1754
1755
1756
1757
1758
1759
1760
1761
1762
1763
1764
1765
1766
1767
1768
1769
1770
1771
1772
1773
1774
1775
1776
1777
1778
1779
1780
1781
1782
1783
1784
1785
1786
1787
1788
1789
1790
1791
1792
1793
1794
1795
1796
1797
1798
1799
1800
1801
1802
1803
1804
1805
1806
1807
1808
1809
1810
1811
1812
1813
1814
1815
1816
1817
1818
1819
1820
1821
1822
1823
1824
1825
1826
1827
1828
1829
1830
1831
1832
1833
1834
1835
1836
1837
1838
1839
1840
1841
1842
1843
1844
1845
1846
1847
1848
1849
1850
1851
1852
1853
1854
1855
1856
1857
1858
1859
1860
1861
1862
1863
1864
1865
1866
1867
1868
1869
1870
1871
1872
1873
1874
1875
1876
1877
1878
1879
1880
1881
1882
1883
1884
1885
1886
1887
1888
1889
1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900
1901
1902
1903
1904
1905
1906
1907
1908
1909
1910
1911
1912
1913
1914
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
1936
1937
1938
1939
1940
1941
1942
1943
1944
1945
1946
1947
1948
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009
2010
2011
2012
2013
2014
2015
2016
2017
2018
2019
2020
2021
2022
2023
2024
2025
2026
2027
2028
2029
2030
2031
2032
2033
2034
2035
2036
2037
2038
2039
2040
2041
2042
2043
2044
2045
2046
2047
2048
2049
2050
2051
2052
2053
2054
2055
2056
2057
2058
2059
2060
2061
2062
2063
2064
2065
2066
2067
2068
2069
2070
2071
2072
2073
2074
2075
2076
2077
2078
2079
2080
2081
2082
2083
2084
2085
2086
2087
2088
2089
2090
2091
2092
2093
2094
2095
2096
2097
2098
2099
2100
2101
2102
2103
2104
2105
2106
2107
2108
2109
2110
2111
2112
2113
2114
2115
2116
2117
2118
2119
2120
2121
2122
2123
2124
2125
2126
2127
2128
2129
2130
2131
2132
2133
2134
2135
2136
2137
2138
2139
2140
2141
2142
2143
2144
2145
2146
2147
2148
2149
2150
2151
2152
2153
2154
2155
2156
2157
2158
2159
2160
2161
2162
2163
2164
2165
2166
2167
2168
2169
2170
2171
2172
2173
2174
2175
2176
2177
2178
2179
2180
2181
2182
2183
2184
2185
2186
2187
2188
2189
2190
2191
2192
2193
2194
2195
2196
2197
2198
2199
2200
2201
2202
2203
2204
2205
2206
2207
2208
2209
2210
2211
2212
2213
2214
2215
2216
2217
2218
2219
2220
2221
2222
2223
2224
2225
2226
2227
2228
2229
2230
2231
2232
2233
2234
2235
2236
2237
2238
2239
2240
2241
2242
2243
2244
2245
2246
2247
2248
2249
2250
2251
2252
2253
2254
2255
2256
2257
2258
2259
2260
2261
2262
2263
2264
2265
2266
2267
2268
2269
2270
2271
2272
2273
2274
2275
2276
2277
2278
2279
2280
2281
2282
2283
2284
2285
2286
2287
2288
2289
2290
2291
2292
2293
2294
2295
2296
2297
2298
2299
2300
2301
2302
2303
2304
2305
2306
2307
2308
2309
2310
2311
2312
2313
2314
2315
2316
2317
2318
2319
2320
2321
2322
2323
2324
2325
2326
2327
2328
2329
2330
2331
2332
2333
2334
2335
2336
2337
2338
2339
2340
2341
2342
2343
2344
2345
2346
2347
2348
2349
2350
2351
2352
2353
2354
2355
2356
2357
2358
2359
2360
2361
2362
2363
2364
2365
2366
2367
2368
2369
2370
2371
2372
2373
2374
2375
2376
2377
2378
2379
2380
2381
2382
2383
2384
2385
2386
2387
2388
2389
2390
2391
2392
2393
2394
2395
2396
2397
2398
2399
2400
2401
2402
2403
2404
2405
2406
2407
2408
2409
2410
2411
2412
2413
2414
2415
2416
2417
2418
2419
2420
2421
2422
2423
2424
2425
2426
2427
2428
2429
2430
2431
2432
2433
2434
2435
2436
2437
2438
2439
2440
2441
2442
2443
2444
2445
2446
2447
2448
2449
2450
2451
2452
2453
2454
2455
2456
2457
2458
2459
2460
2461
2462
2463
2464
2465
2466
2467
2468
2469
2470
2471
2472
2473
2474
2475
2476
2477
2478
2479
2480
2481
2482
2483
2484
2485
2486
2487
2488
2489
2490
2491
2492
2493
2494
2495
2496
2497
2498
2499
2500
2501
2502
2503
2504
2505
2506
2507
2508
2509
2510
2511
2512
2513
2514
2515
2516
2517
2518
2519
2520
2521
2522
2523
2524
2525
2526
2527
2528
2529
2530
2531
2532
2533
2534
2535
2536
2537
2538
2539
2540
2541
2542
2543
2544
2545
2546
2547
2548
2549
2550
2551
2552
2553
2554
2555
2556
2557
2558
2559
2560
2561
2562
2563
2564
2565
2566
2567
2568
2569
2570
2571
2572
2573
2574
2575
2576
2577
2578
2
```

unbrauchbar für die meisten praktischen Einsatzfälle machen: Beide Summanden mußten die gleiche Stellenzahl haben, und diese gleiche Stellenzahl steht als Programm-Konstante in Zeile 6 unverrückbar fest! Um unserer String-Addition zur Allgemeingültigkeit zu verhelfen, müssen wir diese Mängel ausmerzen – und wie das geschieht, zeigt ein neues Programm-Listing (Bild 6). In den Zeilen 6 bis 11 meldet sich das Programm auf dem Schirm und gewinnt eine Boole'sche Variable DIAGNOSE, die darüber entscheidet, ob später mit Hilfe der Subroutinen DIAGNOSE 1 und DIAGNOSE 2 die Stringveränderungen mitgeteilt werden. Zeile 24 lädt die Variable MAX mit der Stellenzahl des längeren der beiden Summanden-Strings. In den zwei folgenden Zeilen wird, sofern einer der beiden Summanden-Strings weniger als MAX Stellen hat, die betreffende Zeichenkette durch vorangestellte Nullen auf MAX Stellen aufgefüllt. Nun können wir uns erneut des Schulheft-Algorithmus bedienen. Bild 7 zeigt, daß unsere Stringaddition damit jenen Grad an Freiraum zu meistern weiß, der ihr Praxis-Weihen verleiht.

```
=====
OPERATION MIT ERHOEBTER GENAUIGKEIT
ALS BEISPIEL FUER 'STRINGMATHEMATIK'
=====
+++ DIAGNOSE GEMUNTSCHT (J/N)? N
=====
OPERAND 1: 111222333444555666777888999
OPERAND 2: 112233445566778899
= SUBTRAKTION =
* ERGEBNIS 111222333332222121110100
=====
OPERAND 1: 123456789
OPERAND 2: 998877665544332211000000000
= SUBTRAKTION =
* ERGEBNIS -998877665544332210876543211
=====
```

Bild 7. Die Fesseln sind gefallen: Keine Beschränkungen für den Definitionsbereich des Algorithmus mehr

## Subtraktion – nicht weniger universell

Kommen wir zur zweiten Grundrechenart, der Subtraktion. Hier können wir uns weitgehend des gleichen Lösungsweges bedienen, der auch bei String-Addition weiterhalf. Es sind freilich einige Änderungen vorzunehmen. S1\$ steht hier für Minuend, S2\$ für Subtrahend, S\$ ist die gewonnene Differenz. Bei der Stellenbearbeitung und der Übertrags-Behandlung folgen wir nun den Subtraktionsgesetzen – und: Eine weitere Boole'sche Variable kommt ins Spiel, sie heißt MINUS und zeigt an, daß ein negatives Ergebnis eintreten wird. Ist MINUS wahr, dann müssen wir Subtrahend und Minuend vertauschen und unseren Ergebnis-String statt mit einer führenden Leerstelle (SPACE) mit einem Minus-Zeichen versehen. Die komplette Subroutine Stringsabtraktion findet sich in Bild 8, einen Probelauf mit hinwiederum überzeugendem Ergebnis bringt Bild 9. An dieser Stelle dient es sicherlich der Vertiefung, noch einmal mit Hilfe unserer Diagnose gezielt zu verfolgen, was geschieht, wenn unser Computer Strings subtrahiert – um Raum zu sparen, nehmen wir diesmal Operanden mit geringer Stellenzahl, die man in der Praxis sicherlich „stringfrei“ programmiert (Bild 10). Da Operand 1 kleiner ist als Operand 2, wurde die Boole'sche Variable MINUS auf „Wahr“ gesetzt. Wir erkennen dies daraus, daß die Inhalte von S1\$ und S2\$ zu Diagnose-Beginn bereits getauscht erscheinen. MAX ist richtig auf drei gesetzt, der Rechner beginnt „rechtsaußen“ bei N=MAX. Erstes Ergebnis 7, kein Übertrag – ebenfalls kein Überlauf bei Behandlung der Stellen 2 und 1. Im Ergebnis-Druck erscheint ein Minus-Zeichen, da MINUS gesetzt war.

```
21 REM
22 REM STRINGSUBTRAKTION
23 REM
24 MAX = LEN (S1$): IF LEN (S2$) > MAX THEN MAX = LEN (S2$)
25 IF LEN (S1$) < MAX THEN S1$ = "0" + S1$: GOTO 25
26 IF LEN (S2$) < MAX THEN S2$ = "0" + S2$: GOTO 26
27 PRINT : PRINT " = SUBTRAKTION = ": MINUSFLAG = 0: IF S1$ < S2$ THEN SS$ =
  S1$ S1$ = S2$ S2$ = SS$: MINUSFLAG = 1
28 SS$ = "": SS$ = "": IF DIAGNOSE THEN GOSUB 42
29 FOR N = MAX TO 1 STEP - 1
30 S% = VAL ( MID$ (S1$,N,1) ) - VAL ( MID$ (S2$,N,1) ) - VAL ( LEFT$ (SS$,1) )
31 IF S% < 0 THEN S% = S% + 10: SS$ = "1" + SS$: GOTO 33
32 SS$ = "0" + SS$
33 S$ = STR$ (S%) + S$
34 IF DIAGNOSE THEN GOSUB 46
35 NEXT N: IF MINUSFLAG THEN S$ = "-" + S$: GOTO 38
36 IF LEFT$ (SS$,1) = "1" THEN S$ = "1" + S$: GOTO 38
37 S$ = " " + S$
38 RETURN
39 REM
```

Bild 8. Dieses Unterprogramm, bestimmt für das Rahmenprogramm aus Bild 6, handhabt mühelos Stringsabtraktionen beliebiger Genauigkeit

## Höhere Rechenarten: Ebenfalls „string-kompatibel“

Für den geforderten Entwicklungszweck, zu dessen Realisierung „String-mathematik“ geschaffen wurde, waren Subtraktion und Addition gefordert, doch lassen sich nach den hier gezeigten Algorithmen unschwer auch höhere Rechenarten in Zeichenketten-Technik verwirklichen: Bei der Multiplikation wird man, ebenfalls in Schleife, zeichenweise multiplizieren und die so gewonnenen Teilprodukte schließlich stellengerichtet addieren – unter Benutzung von STRING-ADDITION ein Leichtes – und sinngemäßes gilt für die Division: Es geht allein darum, die vom schriftlichen Rechnen her gewohnten Lösungswege wohlstrukturiert in gleicher Weise umzusetzen, wie das für die ersten beiden Grundrechenarten vorgeführt wurde. Übrigens: Auch für schriftliches Wurzelziehen existiert ein Algorithmus, der sich unschwer in String-Operationen umsetzen läßt – allerdings, Fälle, in denen Wurzeln höherer Genauigkeit verlangt werden, dürften wohl äußerst selten sein.

## Dezimalbrüche – kein Problem für „Stringmathematik“

Eher von praktischem Wert ist eine Erweiterung der String-Mathematik auf den Bereich der Dezimalzahlen mit Nachkomma-Stellen. Auch dies ist möglich und bedarf nur zweier Erweiterungen: Die Operanden-Strings müssen hier, wie üblich, auf gleiche Vorkomma-Stellenzahl und danach noch zusätzlich auf gleiche Nachkomma-Stellenzahl gebracht werden; auch hier durch Auffüllen mit Nullen. Sodann ist in die eigentliche Arbeitsschleife eine Prüfung auf Komma einzufügen und beim Vorliegen dieser Bedingung ein Sprung zum korrespondierenden NEXT-Statement zu programmieren. Vorgeschlagener Weg: IF MID\$(S1\$,N,1) = CHR\$(44) GOTO ... Die gleichlautend formulierte Prüfung verrichtet auch beim anfänglichen komma-bündigen Formatieren beider Operandenstrings gute Dienste. Des weiteren wird man bei der Benutzung von String-Mathematik gut daran tun, solide Ordnung bei der String-Übergabe zwischen dem Hauptprogramm und diversen Subroutinen zu halten und dabei feste Konventionen zu beachten, wie etwa die, daß die Bezeichnung der Operanden dem Muster S1\$, S2\$, S3\$... folgt und Hauptergebnisse in S\$, Nebenergebnisse in SS\$ zurückkommen.

## Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten

Die Anzahl der Stellen, die Stringmathematik zu handhaben weiß, wird allein durch den verwendeten Interpreter oder Compiler begrenzt, doch erlauben selbst frühe Versionen von Anfängermaschinen wie die ersten PETs Ketten mit 255 Zeichen. Hier setzt nicht die Firmware Schranken, sondern bestenfalls die Rechengeschwindigkeit, die annähernd linear mit der Länge der Kette sinkt.

```
=====
OPERATION MIT ERHOEBTER GENAUIGKEIT
ALS BEISPIEL FUER 'STRINGMATHEMATIK'
=====
+++ DIAGNOSE GEWUNSCHT (J/N)? N
=====
OPERAND 1: 11022033044055060770880990
OPERAND 2: 990880770660550440330220110
OPERATION =
* ERGEBNIS: 1101101101101101101101101100
=====
OPERAND 1: 112321233123412351236123712
OPERAND 2: 987654321
OPERATION =
* ERGEBNIS: 112321233123412352223778033
=====
```

Bild 9. In weniger als einer Sekunde gelöst: Die Aufgabe, eine achtzehnstellige Zahl von einer Zahl mit 27 Stellen zu subtrahieren

```
=====
OPERATION MIT ERHOEBTER GENAUIGKEIT
ALS BEISPIEL FUER 'STRINGMATHEMATIK'
=====
+++ DIAGNOSE GEWUNSCHT (J/N)? J
=====
OPERAND 1: 12
OPERAND 2: 999
OPERATION =
* SUBTRAKTION =
+++ DIAGNOSE:
=====
S1$: 999
S2$: 012
X: 3
STELLE N: 3
S$: 7
SS$: 0
STELLE N: 2
S$: 87
SS$: 00
STELLE N: 1
S$: 987
SS$: 000
* ERGEBNIS: -987
=====
```

Bild 10. Die Meldungen der Überwachungsroutine DIAGNOSE zeigen, wie der Rechner bei der String-Subtraktion Schritt um Schritt, Stelle um Stelle vorgeht

Stringverarbeitung kostet Rechenzeit, freilich weniger, als erwartet: Für die (etwas lebensferne) Subtraktion zweier Zahlen mit je hundert Stellen nach dem Programm aus Bild 6/Bild 8 benötigte ein ITT-2020 etwa 5 Sekunden – die Zeit zur Ergebnisausgabe schon inbegriffen. Eine gewisse Schwäche des vorgestellten Verfahrens soll nicht verschwiegen

werden: Mehr-Operanden-Rechnungen, bei denen Überläufe mit Werten größer Eins vorkommen, sind mit dem beschriebenen Lösungsweg nicht zu meistern, dies würde gründliche Änderungen des Rechenablaufs erforderlich machen. So wird man denn gegebenenfalls Listenadditionen und ähnliche Kettenrechnungen vom Programm her in Zwei-Operanden-Operationen aufzulösen haben.



## Literatur

- [1] Joepgen, Hans-Georg: Vorsicht – Falle! Die „Null-Probleme“ binärer Basic-Interpreter. FUNKSCHAU 1980, Heft 2, S. 79. Franzis-Verlag, München.
- [2] Joepgen, Hans-Georg: Gute Noten dank PET – Rechenfehler eines Hobbycomputers. FUNKSCHAU 1979, Heft 9, S. 525. Franzis-Verlag, München.

- [3] Joepgen, Hans-Georg: Kommissar deckt Rechengenauigkeit auf. Sonderheft „Hobbycomputer 1“, Franzis-Verlag, München.
- [4] Handle, Dr. Franz: Zahlendarstellung im PET. Sonderheft „Hobbycomputer 2“, Franzis-Verlag, München.
- [5] Bowles, Professor Kenneth L. und andere: Apple Pascal Reference Manual. Apple Computer Incorporated, Cupertino, Kalifornien.
- [6] Kaucher, Dr. Edgar; Klatte, Dr. Rudi und Ullrich, Dr. Christian: Höhere Programmiersprachen. B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim.
- [7] Willis, Jerry und Pol, Bernd: Was der Mikrocomputer alles kann. Vogel-Verlag, Würzburg.
- [8] Wirth, Niklaus: Algorithms plus Data Structures = Programs. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [9] Lübbert, William F.: What's where in the Apple. MICRO Nr. 15. Europa-Vertrieb: Computershop, Markdorf.
- [10] Joepgen, Hans-Georg: Bit-Flags ermöglichen elegante Basic-Wege. Sonderheft „Programme“, Franzis-Verlag, München.
- [11] Joepgen, Hans-Georg: Der Euro-Apple. FUNKSCHAU 1979, Heft 14, S. 831...835.
- [12] Joepgen, Hans-Georg: Variablen-Wächter sorgt für mehr Programm-Transparenz. ELEKTRONIK 1980, Heft 8, S. 87...88.
- [13] Joepgen, Hans-Georg: Basic-Programm simuliert Wobbel-Meßplatz. ELEKTRONIK 1980, Heft 2, S. 49...55.
- [14] Handbücher der Hersteller zu folgenden Rechnern: Apple II, BASF 7100, CBM, TRS-80, PC-100, ITT 2020, DAI, TI 99/4, Microset 8080, CS 2000 und SDC-85.

## Die verwendeten String-Operatoren

A\$ = CHR\$(x)

Der Zeichenkette A\$ wird das Zeichen zugewiesen, dessen ASCII-Code durch die dezimale Zahl x beschrieben ist.

A\$ = "123"

Die Zeichenkette A\$ wird mit den ASCII-Zeichen der Ziffern 1, 2 und 3 geladen.

A\$ = ""

Die Zeichenkette A\$ wird gelöscht („Leerstring“).

S% = VAL(A\$)

Der Integer-Variablen S% wird jener Wert zugeordnet, den die ASCII-Zeichen in A\$ beschreiben.

SS\$ = STR\$(S%)

Aus der Zahl in der Variablen S% wird das ASCII-Zeichen oder werden die ASCII-Zeichen gebildet, die diese Zahl beschreiben.

SS\$ = "0" + SS\$

Am Beginn der Kette SS\$ wird das ASCII-Zeichen für "0" eingefügt.

A\$ = RIGHT\$(B\$,3)

A\$ wird mit den letzten drei Zeichen der Kette B\$ geladen.

A\$ = LEFT\$(B\$,5)

A\$ wird mit den ersten fünf Zeichen von B\$ geladen.

A\$ = MID\$(B\$,N,1)

A\$ wird mit einem Zeichen aus B\$ geladen – nämlich mit dem, das an der Stelle N in der Kette steht.

A = LEN(A\$)

Der Variablen A wird als neuer Wert die Anzahl der Zeichen in der Kette A\$ zugewiesen.

Die verwendeten String-Operatoren sind u. a. kompatibel mit den auf Maschinen folgender Firmen verwendeten Basic-Dialekten: Apple, BASF, Commodore, Siemens, Standard-Elektrik Lorenz, Tandy u. a. Teilkompatibilität: Texas Instruments u. a. Nicht kompatibel z. B.: Hewlett-Packard, General Electric Mark II und III, ältere Siemens- und Telefunken-Dialekte.